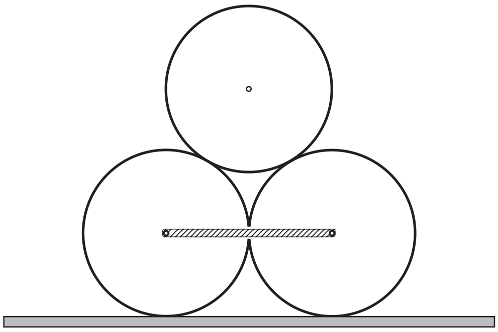
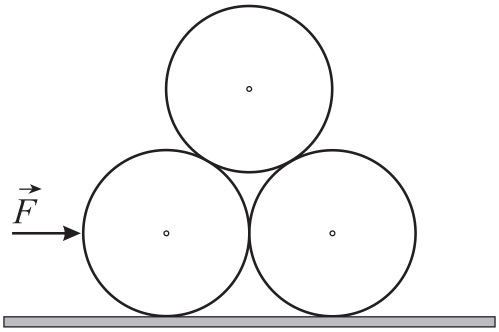
PROBLEMA n. 1 – Tre cilindri molto scivolosi

100 Punti

In figura a sinistra sono rappresentati schematicamente tre cilindri uguali, ciascuno di massa M, posti su un piano orizzontale con le basi verticali e complanari e in modo che ciascun cilindro abbia la superficie laterale tangente a quelle degli altri due. I cilindri sono molto scivolosi dato che ogni forma di attrito fra tutte le superfici a contatto è trascurabile. Allora, per mantenere in equilibrio la struttura, vengono tese, una da una parte e una dall'altra – come si vede in figura –, due corde inestensibili e di massa trascurabile che collegano gli assi dei due cilindri appoggiati sul piano.





1. Qual è la minima tensione in ciascuna corda che consente di mantenere in equilibrio il sistema?

In seguito si mette in moto il sistema applicando, al cilindro di sinistra, una forza $\vec{F}$, orizzontale, come mostrato nella figura a destra, e subito dopo si eliminano le corde.

2. Qual è l'intervallo di valori che può assumere la forza che accelera il sistema senza che la struttura collassi?

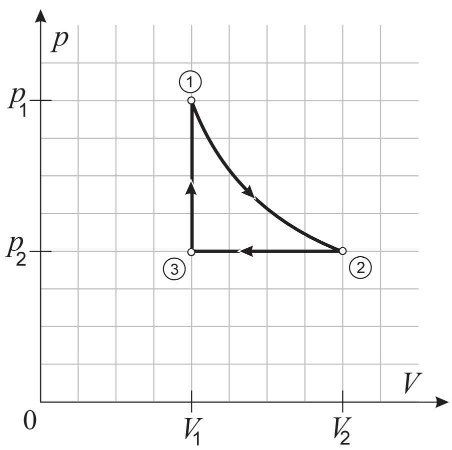
PROBLEMA n. 2 – Tri-ciclo. . . termodinamico

35 Punti

La figura rappresenta un ciclo termodinamico cui è sottoposto un sistema di n moli di un gas perfetto monoatomico.

Il volume del gas è inizialmente raddoppiato mediante una trasformazione isoterma quasi statica 1–2, e successivamente viene riportato al valore iniziale con una compressione isobara quasi statica 2–3. Infine, con un riscaldamento durante il quale il volume rimane costante, il sistema viene riportato allo stato iniziale.

- Calcolare il rendimento di un'ipotetica macchina termica che segua questo ciclo termodinamico.



PROBLEMA n. 3 – Prove di elasticità

100 Punti

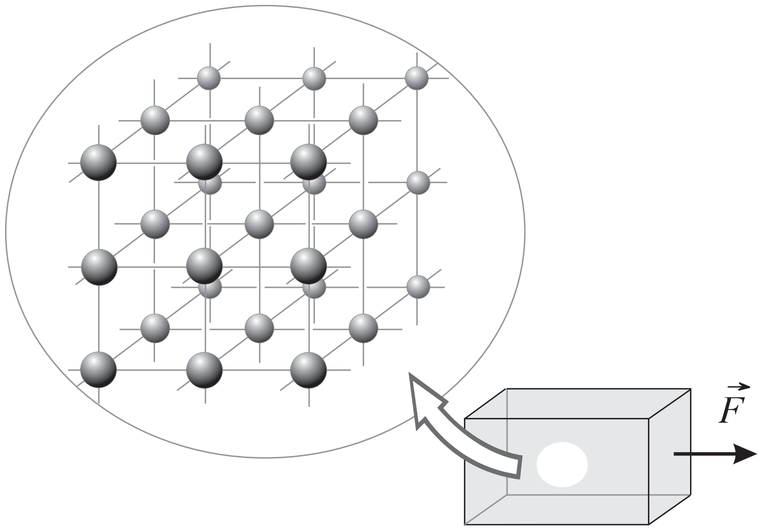
In questo problema si vuole studiare, con un modello semplificato, l'elasticità di un materiale cristallino.

Supponiamo di avere un materiale che, in assenza di forze esterne, è costituito di un reticolo cubico di atomi, che interagiscono con un'energia potenziale interatomica che, al variare della distanza interatomica r, ha questa forma:

$$U(r) = U_0 \frac{r_0^4}{r^4} - 2\,U_0 \frac{r_0^2}{r^2}$$

con $\quad U_0 = 5\,\mathrm{eV}; \quad r_0 = 0.3\,\mathrm{nm}\,.$

Per semplicità, si consideri soltanto l'interazione di ciascun atomo con i suoi vicini più prossimi; si trascuri quindi l'interazione fra gli atomi che si trovano agli estremi di una diagonale del reticolo. Questa è una semplificazione piuttosto drastica perché è proprio l'interazione coi secondi vicini che tiene insieme il solido.



1. Si traccino, in modo qualitativo e in funzione della distanza interatomica r, il grafico dell'energia potenziale $U(r)$ e quello della relativa forza di interazione tra gli atomi vicini $f(r)$ che può essere dedotto dal primo.

2. Si dica quanto vale la distanza di equilibrio fra gli atomi, e a quali distanze la forza risulta attrattiva o repulsiva.

Applicando ad una faccia del cristallo una forza di trazione perpendicolare ad un piano reticolare, mentre la faccia opposta è fissata ad un supporto, il cristallo si deforma, allungandosi nella direzione della forza. Sia F il modulo della forza, A l'area della superficie a cui la forza è applicata, L la lunghezza del cristallo nella direzione della forza, e ΔL il suo allungamento per effetto della forza applicata.

Si chiama *"sforzo"* la grandezza F/A e *"deformazione"* l'allungamento relativo $\Delta L/L$. Il rapporto tra queste due grandezze, per piccole deformazioni, è costante ed è una caratteristica del materiale nota come *"modulo di Young"*:

$$E = \left| \frac{F/A}{\Delta L/L} \right| .$$

Si calcoli:

3. il modulo di Young del materiale;

4. la deformazione quando il solido è al punto di rottura;

5. lo sforzo necessario per giungere alla rottura.

Nota: Può essere utile ricordare che $\dfrac{1}{1+x} \approx 1 - x$ *quando* $x \ll 1$.

———————————

PROBLEMA n. 4 – Condensatori sempre più piccoli

65 Punti

La capacità di un condensatore in cui lo spessore d del dielettrico sia molto piccolo rispetto alle dimensioni delle armature (la condizione può essere posta come $d^2 \ll S$, essendo S la superficie delle armature) può essere sempre calcolata come quella di un condensatore a facce piane e parallele.

1. Dopo aver determinato l'espressione della capacità di un condensatore sferico nel vuoto ($\varepsilon_r = 1$) le cui armature abbiano raggi R_1 e R_2, verificare la precedente asserzione, quando sia soddisfatta la condizione $R_2 - R_1 \ll R_1$.

Si consideri ora un condensatore (per il quale la condizione detta sia verificata, cosicché possa essere assimilato ad un condensatore piano) in cui metà del volume sia costituito dalle armature e metà dal materiale isolante caratterizzato dalla *costante dielettrica relativa* ($\varepsilon_r > 1$) e dalla *rigidità dielettrica* (E_m) definita come il massimo campo elettrico che il dielettrico può sopportare senza che venga attraversato – e quindi distrutto – da una scarica.

Un condensatore è a sua volta individuato da due parametri caratteristici: la capacità C e la tensione massima di lavoro V_{max}.

N.B. *Per non confondere la tensione, cioè la d.d.p. V applicata tra le armature con il volume del condensatore, quest'ultimo sarà indicato – in modo inusuale – con la lettera Δ.*

2. Mostrare che il volume Δ di un condensatore di capacità C e tensione massima di lavoro V_{max}, non può essere inferiore ad un minimo. Trovare Δ_{min} in funzione delle due proprietà caratteristiche del dielettrico ε_r e E_m.

3. Quali dei seguenti materiali dielettrici consentirebbe di produrre condensatori di volume minimo?

Materiale	ε_r	E_m [kV/mm]
1. Carta paraffinata	2.5	50
2. Ceramica	60	15
3. Mica	8	90
4. Polistirolo	2.6	50
5. Porcellana	6	25
6. Resina epossidica	4	35
7. Teflon	2.2	20

NOTA: I dati riportati in tabella sono puramente indicativi e in alcuni casi si riferiscono a particolari campioni dei diversi materiali; per esempio vari tipi di resine o di ceramiche possono avere caratteristiche notevolmente diverse da quelle indicate qui.

4. Tra quelli riportati sopra, quale dielettrico si può ritenere sia stato usato per realizzare un condensatore da $4.7\,\mu$F che sopporta una tensione di lavoro di 50 V ed ha la forma di un piccolo parallelepipedo di $10 \times 10 \times 2\,\text{mm}^3$?

Materiale prodotto dal gruppo

PROGETTO OLIMPIADI
Segreteria Olimpiadi Italiane della Fisica
presso Liceo Scientifico "U. Morin", MESTRE (VE)
fax: 041.584.1272 e-mail: olifis@libero.it